

# „Im Kopf unterwegs zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln“

Tobias Huhmann

„Ich musste im Kopf richtig gucken, wo die Flächen dann hingehen, wenn man die Schachtel auseinanderfaltet. Da musste ich die Flächen richtig ‚im Kopf verfolgen‘, damit ich sehen konnte, wie die Schachtel auseinandergefaltet dann aussieht. Da hab ich mir den Weg vorgestellt, wie sie dazu wird.“ (Jan, 10 Jahre)

<b>GEBIET:</b>	Raum- und Ebenegeometrie
<b>LERNBEREICH:</b>	Schachteln, Würfel und ihre Netze zueinander in Beziehung setzen
<b>SCHULJAHR:</b>	3.–6.
<b>SOZIALFORM:</b>	Einzel-, Gruppen- und Partnerarbeit, Arbeit im Klassenverband
<b>ZEITBEDARF:</b>	mindestens 5 Unterrichtsstunden



**44 Spielkarten Würfelnetze** (s. auch Abb. 2, S. 30). Zu jedem der elf möglichen Würfelnetze sind vier Spielkarten vorhanden, die das Würfelnetz in vier unterschiedlichen Faltzuständen zeigen.

**2 Arbeitskarten Welche gehören zusammen?** zur Vorbereitung auf die Arbeit mit den Spielkarten und zur anschließenden Vertiefung. Arbeitskarte 1 stellt vor allem Anforderungen an die visuelle Wahrnehmung, Arbeitskarte 2 fordert verstärkt das räumliche Vorstellungsvermögen. Weitere Arbeitskarten können mit Hilfe kopierter Spielkarten leicht selbst erzeugt werden.



**CD-ROM Aufgaben zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.** Im Modul „Würfelnetze“ können Pentominos zu Würfelnetzen ergänzt werden. Am Bildschirm kann dann beobachtet werden, wie sich das Netz zusammen- und wieder auseinanderfaltet.

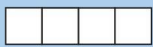
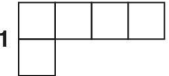
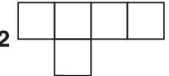
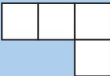

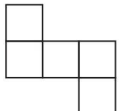
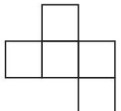

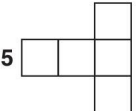
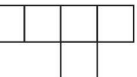

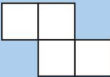
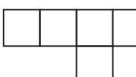
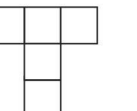
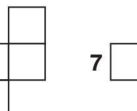

►► Jan (s. Vorspann) bringt auf den Punkt, was die hier beschriebene Unterrichtseinheit zu Pentominos und Würfelnetzen ausmacht: eine intensive Vorstellungsarbeit der Kinder durch eine möglichst frühe und ständig wechselseitige Beziehung zwischen der „Geometrie der Ebene“ und der „Geometrie des Raumes“.

Bezogen auf die visuelle Wahrnehmung und das räumliche Vorstellungsvermögen werden dabei insbesondere die Teil-Komponenten Figur-Grund-Diskrimination, Wahrnehmungskonstanz, Wahrnehmung räumlicher Beziehungen, Wahrnehmung der Raumlage, visuelle Unterscheidung, räumliches Vorstellen und räumliches Denken gefordert und zugleich gefördert (vgl. Frostig 1978, Hoffer 1977; zitiert nach Franke 2000, S. 38–43).

## ► Vorgehen im Unterricht

Vorbereitend werden zunächst gemeinsam in der Klasse alle verschiedenen Quadrat-Vierlinge ausfindig gemacht, die sich nicht durch Drehung oder Spiegelung ineinander überführen lassen (Abb. 1). Die Vierlinge können mit quadratischen Bierdeckeln, Plastik-Steckquadraten o. Ä. gelegt oder direkt auf Karo-Papier gezeichnet werden.

Daran schließt sich die Fragestellung an: „Aus welchen Vierlingen entstehen durch Hinzufügen eines wei-

Vierlinge	Schachtel-Pentominos
	<div> <div>1 </div> <div>2 </div> </div> <div>Zwei verschiedene Möglichkeiten</div>
	<div> <div></div> <div>3 </div> <div>4 </div> </div> <div>Sechs verschiedene Möglichkeiten</div>
	<div> <div></div> <div></div> <div>6 </div> </div> <div>Vier verschiedene Möglichkeiten</div>
	<div> <div></div> <div></div> <div>7 </div> </div> <div>Drei verschiedene Möglichkeiten</div>
	<div>Null verschiedene Möglichkeiten</div>

1 | Aus Vierlingen werden Schachtel-Pentominos

teren Quadrats welche ‚Schachtel-Pentominos‘? Mit „Schachtel-Pentominos“ sind solche Pentominos (Fünflinge) gemeint, die sich zu einer offenen Schachtel zusammenfalten lassen.

Zur Beantwortung dieser Frage zeichnen die Kinder arbeitsteilig je einen Vierling und die daraus entstehenden „Schachtel-Pentominos“ auf Karo-Papier (Abb. 1). Die Schachtel-Pentominos können probierend gefunden werden oder systematisch, indem die Kinder das zusätzliche Quadrat um den Vierling wandern lassen. Dabei sind die Kinder stets gefordert, die entstehenden Fünflinge vor ihrem inneren Auge zusammenzufalten und zu prüfen, ob der Fünfling auch tatsächlich eine Schachtel ergibt.

Zum Abschluss dieser Arbeitsphase in Kleingruppen werden die Kinder aufgefordert, jeweils ihre Lösungen, aber auch die Pentominos, „die nicht möglich waren“, zu präsentieren. Hierzu werden zuvor Sprechweisen wie „die Bodenfläche der Schachtel“, „rechte, linke, vordere und hintere Seitenfläche“ eingeführt und zur Argumentation verbindlich gemacht.


Abschließend muss noch geprüft werden, welche Schachteln mehrfach vorkommen, um dann im letzten Akt nur die verschiedenen Schachtel-Pentominos zu

zählen, die sich nicht durch Drehung oder Spiegelung ineinander überführen lassen.

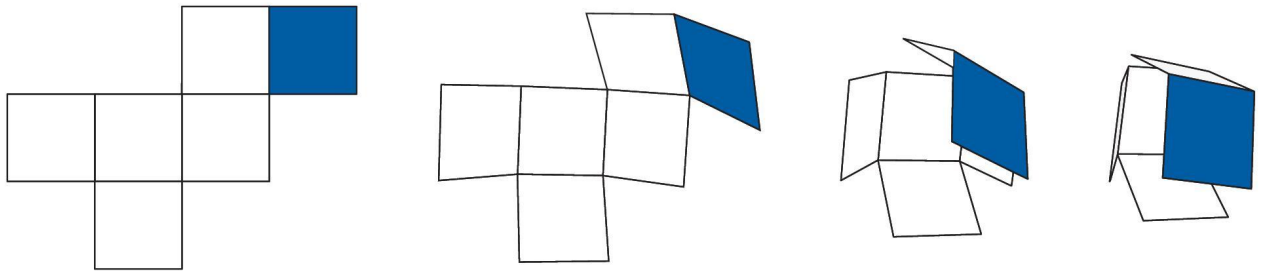
Nachdem alle Schachtel-Pentominos gefunden und an der Tafel sowie in den Heften der Kinder gesammelt sind, werden aus den Schachtel-Pentominos – methodisch analog – alle Würfelnetze entwickelt. Wenn die Übungen zu den Vierlingen und Schachtel-Pentominos gründlich reflektiert worden sind, können die Kinder jetzt auf ihre Bearbeitungsstrategien zurückgreifen und diese erfolgreich anwenden.

Erst basierend auf diesen intensiven Vor-Erfahrungen zum Thema „Netze, Schachteln und Würfel“ wird im direkten Anschluss in der „Inter-Netzzo-Werkstatt“ gearbeitet.

### ► Die „Inter-Netzzo-Werkstatt“

 Zur vertieften Förderung der visuellen Wahrnehmung und des räumlichen Vorstellungsvermögens dienen die Spielkarten „Würfelnetze“: Zu jedem der elf möglichen Netze sind vier Karten mit Abbildungen vorhanden, die den jeweiligen Klapp-Prozess vom Netz zum Würfel durch vier unterschiedliche „Moment-Auf-





21 Vier Faltzustände eines Würfelnetzes

nahmen“ (vier Faltzustände) dokumentieren (Abb. 2). Das blaue Quadrat dient zur Orientierung.

In Partnerarbeit wird zunächst von den Kindern je ein Würfelnetz mit Steckquadraten nachgebaut und in die jeweilig abgebildeten Raumlagen geklappt und untersucht. Dabei können Schwierigkeiten, Mehrdeutigkeiten und Interpretationen der Abbildungen diskutiert werden. – Diese Vorübungen sind sehr wichtig, um derartige Abbildungen „lesen“ zu können.

In der Folge lassen sich eine Reihe von Aufgabenstellungen mit zahlreichen Differenzierungsmöglichkeiten gestalten. Hier eine kleine Auswahl:

### ► „Welche gehören zusammen?“

Die Spielkarten liegen offen in einer Reihe oder vermischt auf dem Tisch. In Einzelarbeit, zu zweit oder in kleinen Gruppen finden die Kinder heraus, welche Karten zusammengehören. Je nachdem, welche Karten vorab ausgewählt wurden, wird mit dieser Übung eher die visuelle Wahrnehmung (Faltzustände 1 und 2, s. auch Arbeitskarte 1 auf CD-ROM) oder das räumliche Vorstellungsvermögen gefördert (Faltzustände 3 und 4). Um den Schwierigkeitsgrad weiter zu steigern, kann man Abbildungen aller Faltzustände miteinander mischen (s. auch Arbeitskarte 2 auf CD-ROM).

Die auf der CD-ROM vorhandenen Arbeitskarten dienen der Vertiefung der Übung.

### ► Spiel-Idee: Blitz-Inter-Netzzo

Spielvorbereitung: Alle Spielkarten werden verdeckt auf dem Tisch verteilt. 4–6 Kinder sitzen in gleichmäßigem Abstand um den Tisch herum.

Die Kinder drehen die Karten um und finden heraus, welche Karten jeweils zusammengehören. Dabei sind alle Kinder gleichzeitig am Zug und spielen gegeneinander. Findet ein Spieler zwei oder mehr Karten eines Quartetts, darf er diese bei sich ablegen. Jede weitere zugehörige Karte darf er dann im Folgenden auch einzeln anlegen. Das Spiel ist zu Ende, wenn alle Karten zugeordnet sind.

Dann erfolgt die Punktwertung: Jedes vollständige Quartett ergibt vier Punkte, drei Karten eines Quartetts ergeben zwei Punkte, zwei Karten einen Punkt. Für jede falsch zugeordnete Karte wird ein Punkt abgezogen. Gewonnen hat, wer die meisten Punkte hat.

Varianten:

- Man kann das Spiel nach einer vorher vereinbarten Zeit stoppen, z. B. nach zehn Minuten.
- Es können auch mehrere Gruppen gegeneinander spielen. Dann wird je Gruppe (etwa 4–6 Kinder pro Tisch) ein Kartensatz verteilt. Jede Gruppe bildet ein Team.
- Zur Differenzierung nach unten oder oben kann mit weniger Karten gespielt werden. Zum Beispiel können alle Karten des vierten oder zweiten Faltzustandes vorab aus dem Spiel genommen werden.

### ► Was kann in der Inter-Netzzo-Werkstatt gelernt werden?

Welche räumlichen Anforderungen durch die Aufgabenstellungen der Inter-Netzzo-Werkstatt an die Kinder gestellt werden, verdeutlicht Jan im Interview: „Wenn auf den Karten Würfelnetze mit fast glatten Flächen [er zeigt auf den 1. und 2. Faltzustand] abgebildet waren, musste man die nur miteinander vergleichen. Da konnte man noch

richtig sehen, welche Fläche der einen Abbildung zu welcher in der anderen gehört, weil das Würfelnetz hier [zeigt auf die 2. Abbildung] ja nur ein bisschen zusammengeklappt ist. Schwieriger war's schon in der dritten Abbildung. Da musste man dann die einzelnen Flächen im Kopf vom Papier lösen und zusammenfalten und richtig im Kopf gucken, ob da [zeigt in der 3. Abbildung auf Flächen, die durch die teilgeklappte Lage andere verdecken] noch Flächen dahinter sind. ... der letzte, der fast Zusammengeklappte, der war dann am schwierigsten. Bei dem [zeigt auf die 4. Abbildung des Faltvorgangs], musste ich im Kopf viel mehr gucken, ob da noch Flächen versteckt sind. Da musste man nicht zusammenfalten, sondern auseinanderfalten – im Kopf. Ich hab's mir da so vorgestellt, ich muss den [das Netz der 4. Abbildung] auseinanderklappen und richtig suchen – wie ein Archäologe nach den einzelnen Teilen [zeigt auf die Flächen], die hier rein- und zusammenklappen, und dann musste ich wieder miteinander vergleichen [bei dem 3. und 4. Faltzustand] und die Flächen im Kopf verfolgen.“

Im Hinblick auf die visuelle Wahrnehmung und das räumliche Vorstellungsvermögen werden insbesondere folgende Anforderungsschwerpunkte deutlich:

- ▶ zum 1. und 2. Faltzustand: Wahrnehmen und Vergleichen einzelner, aber auch mehrerer Flächen als Teil- und Gesamtfiguren. – Separierende Förderung der visuellen Wahrnehmung.
- ▶ zum 3. und 4. Faltzustand: Gedankliches Zusammen- und Auseinanderklappen des teilgefalteten Netzes. Zusätzlich zu den soeben genannten Aspekten steht hier räumliches Vorstellen und Denken im Mittelpunkt. – Integrierende Förderung der visuellen Wahrnehmung und des räumlichen Vorstellungsvermögens.

Im Klassenverband wurde festgestellt, dass die Anforderungsschwerpunkte bei Aufgabenstellungen mit derartigen Abbildungen davon abhängig sind,

1. welches Netz dargestellt ist. Maren: „Das T oder das Kreuz, die sind ganz leicht, aber der, mit den Zweier-Stangen z. B. ist viel schwerer.“ (Schwierigkeitsmerkmal: Anzahl der Klapp-Richtungen = Anzahl der Merkprozesse)
2. in welcher teilgeklappten Lage sich das jeweilige Netz befindet (s. Zitat Jan).
3. ob die zu vergleichenden Netze noch im Kopf gedreht oder gespiegelt werden müssen.

## LERNEN BEGLEITEN

### Beobachtungshilfen

- ▶ Wer nimmt beim Vergleichen von Würfelnetzen mehrere Quadratflächen als Teil- oder Gesamtfiguren wahr und erkennt sie in anderen Abbildungen wieder?
- ▶ Wer kann im Kopf „klappen“? Wie intensiv nutzen die Kinder ihre Hände, um sich Klappbewegungen zu veranschaulichen?
- ▶ Werden die Aufgaben durch räumliche Vorstellung oder logisch schließend gelöst?

### Förderhinweise

Kinder, die die mental-räumlichen Anforderungen noch nicht beherrschen, können die Pentominos und Würfelnetze mit Steckquadraten bauen und dann zusammenfalten.

Kinder mit besonderen Schwierigkeiten halten eine einzelne Kante (bzw. ein Quadrat) mit ihren Fingern fest und können dadurch die Veränderungen der Raumlage dieser einen festgehaltenen Kante/Fläche besser verfolgen.

In der Inter-Netzzo-Werkstatt kann die Anzahl und Art der Karten variabel gewählt werden. So können Förderschwerpunkte gesetzt werden.

4. wie groß die Veränderung der Raumlage zwischen den zu vergleichenden Netzen ist. ◀◀

Besuden, H.: Die Förderung der Raumvorstellung im Geometrieunterricht. In: Besuden, H.: Knoten, Würfel und Ornamente – Aufsätze zur Geometrie in Grund- und Hauptschule, Stuttgart 1984, S. 70–73.

Franke, M.: Didaktik der Geometrie. Heidelberg 2000.

Die Zeichnungen der Würfelnetze wurden von Peter Eipert für die Internetplattform [www.mathematikus.de](http://www.mathematikus.de) erzeugt.